

Calcul propositionnel

Exercices

Pour cette série d'exercices, nous allons utiliser le *Tree Proof Generator*, www.umsu.de/trees. Il s'agit d'un petit outil qui réalise une preuve sous la forme d'un tableau, si la formule est démontrable (ce qui veut dire que la négation de la formule est réfutable) et donne un contre-exemple, sous la forme d'une table de vérité, sinon.

On considère la localisation d'objets sur le carrelage 2x2 d'une pièce, comme représenté dans la figure, à l'aide des variables $O_{i,j}$ qui représentent la proposition "un objet est présent à la ligne i , colonne j ".

$O_{1,1}$	$O_{1,2}$
$O_{2,1}$	$O_{2,2}$

1. Répondez tout d'abord aux questions suivantes.
 - (a) Exprimez par une formule la proposition "il y a un objet sur la case $O_{1,1}$ ".
 - (b) Est-ce que la formule que vous avez obtenue est démontrable? Construisez le tableau pour vérifier.
 - (c) Est-ce que la négation de cette formule est démontrable? Construisez encore le tableau.
 - (d) Vérifiez que les réponses que vous avez obtenues sont conformes à ce que l'outil retourne.
2. Considérez maintenant les questions suivantes.
 - (a) Exprimez par une formule la proposition "S'il y a un objet sur la case $O_{1,1}$, il y a un objet sur la première ligne".
 - (b) Exprimez la négation de la formule précédente, en FNN.
 - (c) La négation de la formule précédente est équivalente à la formule originale, mettez-la dans l'outil et observez que la preuve donnée est correcte.

S'il vous reste du temps complétez les exercices suivants.
3. Répondez aux mêmes questions pour les deux énoncés suivants.
 - (a) S'il y a un objet sur la première ligne, il y en a un sur l'une des deux colonnes.
 - (b) S'il y a un objet sur la première ligne alors il y a un objet sur la case (1,2).
4. Vérifiez que les exemples du calcul propositionnel du site de l'outil donnent bien des preuves correctes.

